

**Sic et Non. Technik- und Wissenschaftsphilosophie [www.sicetnon.org]****Alfred Nordmann****Beweis als Experiment bei Ludwig Wittgenstein***Zusammenfassung:*

Wittgenstein wird häufig vor dem Hintergrund des Logikbegriffs Freges und Russells verstanden. Demgegenüber führt der vorliegende Aufsatz vor, wie sich bei Wittgenstein der Gedanke entwickelt, dass der indirekte oder negative Beweis (im Sinne einer *reductio ad absurdum*) ein Experiment ist. Der negative Beweis ist eine Denkbewegung oder Handlung, die als solche eine Erfahrung ist, nicht ein tautologisches Deduzieren. In diesem Sinne ist der Widerspruch ein kreatives Moment, das Erfahrung strukturiert und keine logische Panne.

Wittgenstein beschäftigte sich bereits im *Tractatus Logico-Philosophicus* (TLP) mit dem Verhältnis von Rechnung, Beweis und Experiment. In einer Reihe von Vorbemerkungen führe ich nun schrittweise an diesen Themenkomplex heran und verfolge dann den Übergang von Wittgensteins früher Philosophie zu seinem späteren Begriff mathematischen Beweisens. Das übergreifende Argument des *Tractatus Logico-Philosophicus*, bzw. der *Logisch-Philosophischen Abhandlung* wird dabei als eine *reductio ad absurdum*, als indirekter oder negativer Beweis verstanden. Diese Rekonstruktion erlaubt es nämlich, seine Behauptung Ernst zu nehmen, der *Tractatus* bestehe aus unsinnigen Sätzen, dass uns die Lektüre dieser Sätze aber dennoch helfen kann, die Welt richtig zu sehen. Von den Details dieser Rekonstruktion kann hier nicht berichtet werden.<sup>1</sup> Ihre ungefähre Richtung ergibt sich vielleicht aus der folgenden Feststellung:

Die aus den vier Worten »Es gibt allerdings Unaussprechliches« bestehende Schlussfolgerung 6.522 von Wittgensteins indirektem Beweis sagt nicht, was bewiesen wurde; nur der indirekte Beweis selbst als eine besondere Handlung oder Denkbewegung, an deren Ende der zitierte Satz steht, vermittelt, was bewiesen wurde. (vgl. Nordmann 2005, S. 200)

Anders ausgedrückt: Dass es allerdings Unaussprechliches gibt, lernen wir nicht etwa aus dem Inhalt des gleichlautenden Satzes; es ergibt sich aus dem Scheitern der impliziten Annahme, dass es nichts Unaussprechliches gebe. Noch einmal anders ausgedrückt: »Es gibt allerdings Unaussprechliches« ist ein unsinniger, widersinniger Satz, der seinerseits daran scheitert, Unaussprechliches aussprechen zu wollen – aber wie die einen Widerspruch enthaltenden Prämissen einer *reductio ad absurdum*, kann uns dieses Widersprüchliche etwas zeigen.

Zu den Belegen für diese Rekonstruktion des 1922 erschienenen *Tractatus* zähle ich auch Wittgensteins eigene Aussagen über das *reductio*-Argument oder indirekten Beweis. Die hier versammelten und in einen engen Zusammenhang gerückten Aussagen und Belegstellen stammen meistens aus den späten 1920er und den 1930er Jahren und beziehen selbst noch die letzten Manuskripte Wittgensteins ein.<sup>2</sup> Damit entsteht die implizite Behauptung eines methodologischen Zusammenhalts von Wittgensteins früher und später Philosophie.

Wenn es richtig ist, dass dem indirekten Beweis oder *reductio*-Argument bei Wittgenstein eine Erfahrungsstruktur zukommt, dass es sich hier um eine Art Erkenntnisprozess handelt, in dessen Verlauf wir selbst und die Welt sich ändern, ergibt sich eine interessante, vielleicht erstaunliche Nähe des *Tractatus* zum Pragmatismus. Wittgensteins argumentatives Verfahren wird in 6.54 so beschrieben, dass wir erst eine Leiter hinaufklettern, dann aber diese Leiter wegwerfen müssen, um die Welt richtig zu sehen. Dies legt nahe, dass wir beim Hinaufklettern eine Erfahrung machen, dass diese Erfahrung uns und unseren Blick verändert – nicht nur den Blick auf die Welt vor uns, sondern auch den Blick auf die Leiter hinter uns und selbst auf die Idee, dass eine Leiter uns geradewegs auf eine Schlussfolgerung führt. Dass wir uns geändert haben, drückt sich nicht darin aus, dass wir nun aus unseren Prämissen eine Schlussfolgerung ziehen können, sondern darin, dass wir unsere Prämissen nun ganz anders verstehen, nämlich von der Schlussfolgerung her. Anders ausgedrückt: Ein Problem wird nicht gelöst, indem wir ihm einen weiteren Satz, beispielsweise eine Antwort hinzufügen, sondern indem sich die Problemsituation so verändert, dass sie nicht mehr problematisch erscheint.<sup>3</sup> Wenn dies so richtig ist, dann rückt Wittgenstein ein Stück weiter vom Logikbegriff Freges und Russells fort, als meistens angenommen wird, und viel näher an die Prozessbeschreibung der Erkenntnis als Auflösung einer Störung oder Irritation, wie wir sie insbesondere mit Charles Sanders Peirce und John Dewey verbinden.

### *Beweis als Experiment*

Wittgensteins Aussagen über den indirekten Beweis stehen nun im Mittelpunkt der folgenden Diskussion von »Beweis als Experiment«. Auf alle Beweisformen ausdehnen ließe sich dies nur unter der von Wittgenstein durchaus nahe gelegten Annahme, dass überhaupt nur der indirekte Beweis etwas bewirkt, ihm allein also eine gewisse Bedeutung und Relevanz zukommt, gerade weil es sich dabei um ein »Experiment« und kein bloß sprachimmanent tautologisches Rechnen oder Deduzieren handelt.

Im *Tractatus* heißt es dezidiert, das Rechnen sei kein Experimentieren:

- 6.233 Die Frage, ob man zur Lösung der mathematischen Probleme die Anschauung brauche, muß dahin beantwortet werden, daß eben die Sprache hier die nötige Anschauung liefert.
- 6.2331 Der Vorgang des *Rechnens* vermittelt eben diese Anschauung.  
Die Rechnung ist kein Experiment.

Was hier noch nicht steht, was sich aber aus seinen späteren Ausführungen ergibt, ist, dass zumindest der indirekte Beweis Sprachgebrauch und Anschauung ändert.<sup>4</sup>

Die im *Tractatus* wie nebenher gemachte Bemerkung über das Rechnen erhellt sich nun aus Wittgensteins beharrlicher Auseinandersetzung mit dem mathematischen Beweis in den späten 30er und frühen 40er Jahren. Nachdem er im *Tractatus* Rechnung und Experiment unterschied, beginnt er hier mit der Unterscheidung von Beweis und Experiment. Zunächst soll der Beweis nämlich über das Experiment hinausgehen und gewissermaßen mehr leisten:

Der Beweis muss übersehbar sein« will unsre Aufmerksamkeit eigentlich auf den Unterschied richten der Begriffe: ›einen Beweis wiederholen‹, ›ein Experiment wiederholen‹. Einen Beweis wiederholen, heißt nicht: die Bedingungen reproduzieren, unter denen einmal ein bestimmtes Resultat erhalten wurde, sondern es heißt, jede Stufe *und das Resultat* wiederholen. (BGM, Teil III, 55)

Wir sehen sofort, dass diese Unterscheidung auf den bloß rechnenden Beweis und die somit experimentell zu nennende *reductio ad absurdum* zutrifft. Die wiederholbare Rechnung reproduziert automatisch das Resultat, »andererseits aber auch den *Zwang*, es zu erhalten« (ebd.). Eine *reductio ad absurdum* gibt uns zwar die Bedingungen, unter denen wir das Resultat jederzeit wieder erhalten können, nicht aber automatisch, da sie nur beweist, dass die Prämissen nicht alle wahr sein können, dass sich aus ihnen ein Widerspruch ableiten lässt, in der Regel nicht aber, dass diese oder jene Prämisse dafür verantwortlich ist.

Wenn man einen Beweis als Experiment auffaßt, so ist das Resultat des Experiments jedenfalls nicht das, was man das Resultat des Beweises nennt. Das Resultat der Rechnung ist der Satz, mit welchem sie abschließt; das Resultat des Experiments ist: daß ich von diesen Sätzen durch diese Regeln zu diesem Satz geführt wurde. (BGM, Teil I, 162)

Wenn Beweis und Experiment hier nicht mehr streng voneinander geschieden werden, wenn es nun darum geht, ob ein Beweis als Beweis oder als Experiment aufgefasst wird, deutet sich also an, dass es kein eindeutiges Kriterium für diese Unterscheidung gibt:

*Wittgenstein*: ... Suppose I say, »I have found that the prime numbers often come in pairs.« Is this the result of an experiment? – Here it looks just like an experiment. I didn't know what the result would be, and I found out by going through some divisions.

*Wisdom*: In this case you have shown it not by experiment but by proof.

*Wittgenstein*: Yes – but why do we say this here? – There is no difference between showing that they come in pairs and showing that they *must* come in pairs, just as there is no difference between showing that 17 is a prime number and showing that it *must* be a prime. [...] It has often been said – and there is something true in it and something absurd – that a mathematician sometimes makes what one might call experiments, and then proves what he has found out by experiment. But is this true? Is not the figure itself – the curve or the division – a proof? (LFM, 121)

Die beschriebene Schwierigkeit löst sich vielleicht so auf oder findet so zumindest ihren Ausdruck: »Der Beweis, könnte man sagen, muß ursprünglich eine Art Experiment sein – wird aber dann einfach als Bild genommen.« (BMG, Teil III, 23)

Das Bild des Beweises als Beweis stellt den Zwang dar, mit dem das Resultat gewonnen wurde und immer wieder gewonnen werden muss. Auch eine *reductio ad absurdum* kann so zum Bild werden, wenn sie nämlich zum Zeichenbild gerinnt, das die Prämissen zusammen mit dem aus ihnen abgeleiteten Widerspruch und der Zurückweisung einer Prämisse zeigt. Das so zum Bild geronnene Experiment verschweigt aber die Entdeckung, also die Erfahrung wie jemand »von diesen Sätzen durch diese Regeln zu diesem Satz geführt wurde« und gelernt hat, eine der Prämissen zurückzuweisen.<sup>5</sup>

*Wittgenstein:* [...] Was ist der indirekte Beweis? Eine Handlung mit Zeichen. Aber das ist noch nicht alles. Es kommt jetzt noch eine weitere Regel hinzu, die mir sagt, was ich zu tun habe, wenn ein indirekter Beweis geführt ist. (Die Regel kann z.B. lauten: Wenn ein indirekter Beweis geführt ist, dann sollten die Annahmen, von denen der Beweis ausgeht, gestrichen werden.) *Hier ist nichts selbstverständlich. Alles muß ausdrücklich gesagt werden.* [...]

*Waismann:* [...] Man könnte den widerlegten Satz halten, indem man die Bestimmung über den Gebrauch des indirekten Beweises ändert, und dann ist der Satz eben nicht mehr widerlegt.

*Wittgenstein:* Natürlich können wir das. Wir haben dann eben den Charakter des indirekten Beweises vernichtet, und was vom indirekten Beweis noch da ist, ist das bloße Zeichenbild. (WK, S. 180f.)

### *Der indirekte Beweis als Erfahrung*

Es kommt also darauf an, die Erfahrungsstruktur des Experiments zu würdigen, um den Charakter des indirekten Beweises zu erhalten. Damit stellt sich die Frage, um was für eine Erfahrung es sich hierbei handelt und was für ein Wissen diese Erfahrung (im Gegensatz vielleicht zum bloßen, immer nur tautologischen Zeichenbild) vermittelt. Ein ausführlicheres Beispiel bietet hierzu einen Einstieg:

Suppose that we have a method of constructing polygons [...] We are only allowed a ruler and a pair of compasses whose radius is fixed. We draw two diameters at right angles to one another in a circle; this gives us an inscribed square. We then draw arcs from the intersection points of the drawn diameters. Whether we call this bisecting or not doesn't matter. This is what we do. Thus we get the octagon, for instance. Similarly we could get a polygon with 16 sides, and so on.

Now someone is asked to produce the 100-gon this way. At first he goes on trying and trying, keeps on bisecting smaller and smaller angles and doesn't get any satisfactory result. Then in the end we prove to him that the 100-gon cannot be constructed in this way.

It seems as if we first of all made an experiment which showed that Smith, Jones, etc. could not construct a 100-gon in that way, and then a mathematician shows that it can't be done. We get apparently an experimental result, and then prove that it could not have been otherwise at all.

But there is something queer about this: For how could the man try to do what could not be done?  
(LFM, S. 86f.)

Hier geht es wie bei *reductio*-Argumenten um einen Unmöglichkeitsbeweis. Es ist logisch oder mathematisch unmöglich, an einem bestimmten Vorsatz oder einer bestimmten Hypothese im Verbund mit anderen Annahmen oder Regeln festzuhalten. Ob sich diese Unmöglichkeit nun allein im Scheitern erweisen kann oder durch Aufdeckung eines Widerspruchs bewiesen wird, sei dahingestellt. Dies ist ähnlich belanglos wie der Unterschied zwischen der Entdeckung, dass die »17« eine Primzahl ist und dem Nachweis, dass sie eine sein muss. So oder so stellt sich jedoch die grundlegende Frage, wie überhaupt versucht werden kann, was unmöglich sein soll. Einen Widerspruch, heißt es natürlich auch bei Wittgenstein, können wir nicht einmal denken (TLP 3.03 und 5.61). Wie kann es dann so leicht fallen, von Voraussetzungen auszugehen, sie zu durchdenken und sogar auf ihnen zu beharren, die sich schließlich als widersprüchlich erweisen? Wittgenstein pointiert diese Frage in der folgenden Passage:

Die Schwierigkeit, die man bei der *reductio ad absurdum* in der Mathematik empfindet ist die: Was geht bei diesem Beweis vor? Etwas mathematisch Absurdes, also etwas Unmathematisches? Wie kann man – möchte man fragen – das mathematisch Absurde überhaupt nur annehmen? Dass ich das physikalisch Absurde annehme und *ad absurdum* führen kann macht mir keine Schwierigkeiten. Aber wie das sozusagen Undenkbare denken?! (BGM, Teil V, 28)

Die Frage lässt nur eine Antwort zu. Es muss wohl daran liegen, dass wir die Situation oder den Beweis »nicht übersehen«, also den Beweis als Beweis nicht vor Augen haben, dass wir unsere Prämissen missverstehen. Der Begriff »Missverständnis« ist nun allerdings selbst missverständlich, denn er legt nahe, dass ich hier einen vermeidbaren Fehler begehe. Richtiger wäre es, ganz neutral zu sagen, dass ich die Prämisse anders verstehe und offenbar auch noch anders verstehen kann, bevor ich die Erfahrung gemacht oder den Beweis geführt habe. Der Beweis bewirkt und den Beweis macht aus, dass ich nun die Unmöglichkeit einsehe, dort überhaupt etwas versuchen zu wollen, wo ich vorher noch mehr oder weniger zversichtlich einen Versuch gewagt habe.

Es fragt sich: Können wir uns denn darin nicht irren, daß wir eine Frage verstehen?

Denn mancher mathematische Beweis führt uns eben dazu, zu sagen, daß wir uns *nicht* vorstellen können, was wir glaubten, uns vorstellen zu können. (Z.B. die Konstruktion eines Siebenecks.) Er führt uns dazu, zu revidieren, was uns als der Bereich des Vorstellbaren galt. (PU, 517)

Was wir uns einmal vorstellen konnten, liegt nun im Bereich des Unvorstellbaren. Einen derartigen Gestaltwechsel kann ein indirekter Beweis bewirken. Dies entspricht keiner Entdeckung von etwas Neuem und auch nicht der Offenlegung einer in den Prämissen enthaltenen impliziten Bedeutung, sondern einer kritischen Intervention, einer Handlung, die die Sprache als Anschauungsform ändert. Am Beispiel der Unmöglichkeit der Dreiteilung eines Winkels

durch ein geometrisches Verfahren beschreibt Wittgenstein, woraus sich zunächst die zusehbar vorstellbare Vorstellung ergibt und worin schließlich ihr Scheitern und die Einsicht der Unvorstellbarkeit beruht. Die Bedeutung des Beweises besteht darin, »that it changes our idea of trisection«:

Again, the importance of the proof that trisection is impossible is that it changes our idea of trisection. – The idea of trisection of an angle comes in this way: that we can bisect an angle, divide into four equal parts, and so on. And this leads to the problem of trisecting an angle. You are led on here by *sentences*. You have the sentence »I bisect this angle« and you form a similar expression: »trisecting«. And so you ask, »What about the sentence, ›I trisect this angle?«

[...] If we had learned from the beginning the series of constructions of  $n$ -gons, then nobody would ever have asked whether the heptagon is constructible. It's none of these, that's all. [...] The problem arose because our idea at first was a different idea of the construction of  $n$ -gons, and then was *changed* by the proof. (LFM, S. 88f.)

Was Wittgenstein hier beschreibt ist natürlich eine, womöglich *die* zentrale Figur seiner Sprachkritik, sei es im *Tractatus* oder den *Philosophischen Untersuchungen*. Von der Sprache an der Nase geführt bilden wir uns beispielsweise ein, jedes Substantiv sei ein Name, jeder grammatisch ordentliche Satz eine Tatsachenbehauptung. Nur so gehen wir scheinbar mühelos über von »Ich kann in der Sprache eine Tatsache ausdrücken« zu »Ich kann in der Sprache einen absoluten Wert ausdrücken«. Wenn wir von Anfang an die Winkelteilung oder Wahrheitsbedingungen als Sinnkriterium kennen gelernt hätten, würde niemand jemals nachgefragt haben, ob die Dreiteilung möglich, ob jeder beliebige Sinn aussprechbar ist.

Wer nun wissen will, wie der Gestaltwechsel vom Vorstellbaren zum Unvorstellbaren von statten ging, muss verstehen, was bewiesen wurde. Auch die Umkehrung gilt: Wer wissen will, was bewiesen wurde, muss den vom Beweis erzeugten Gestaltwechsel verstehen: »Laß den Beweis dich lehren, *was* bewiesen wurde« (PU, Teil II, Abschnitt xi). Und: »Wenn Du wissen willst, was bewiesen wurde, schau den Beweis an!« (PG, Teil II, V, 24.) In einem indirekten Beweis beginnen wir mit dem Vorstellbaren und verknüpfen es mit einem bestimmten Zeichengebrauch. Bei der Dreiteilung oder Konstruktion eines Centagons, legen wir uns auf Konstruktionsregeln fest und entdecken, dass sie den Fall des Centagons auslassen, dass dieser Fall in dieser Sprache oder diesem Regelsystem einfach nicht vorkommt:

The proof might be this: we go on constructing polygons and being very careful to observe certain rules. We should then find that the 100-gon is left out. If we want to construct the  $n$ -gon in that way,  $n$  has to be a power of 2. The last power of 2 before 100 is 64, after that is 128, and so 100 is left out. This would have the result of dissuading intelligent people from trying this game. (LFM, S. 87)

Der Autor und Leser des *Tractatus* legt sich ganz genauso auf Regeln des sprachlichen Abbildens fest. Wir untersuchen diese Regeln und entdecken dabei, dass in ihnen der Ausdruck einer absoluten Wertvorstellung nicht vorkommt – dieser Fall wurde ausgelassen in einer Sprache, die auf wahre Weltbeschreibung zielt. Dies muss nun aber tatsächlich entdeckt oder

gefunden werden. Insbesondere Cora Diamond und James Conant haben in den letzten Jahren hervorgehoben, dass der *Tractatus* nicht einfach eine Klassifikation von Sätzen behauptet, sondern eine imaginative, nicht immer erfolgreiche Tätigkeit verlangt, den Zeichen in unseren Sätzen Bedeutung zu geben.<sup>6</sup> Dies wäre auch der Grund, warum das Buch nur von dem verstanden werden kann, wie Wittgenstein im Vorwort schreibt, der die darin ausgedrückten Gedanken selbst gedacht hat.

Der indirekte Beweis sagt aber: »Wenn du es *so* willst, darfst du *das* nicht annehmen: denn *damit* wäre nur das Gegenteil dessen vereinbar, wovon du nicht abgehen willst«. (BGM, Teil V, 28)

Im indirekten Beweis trägt sich also ein Konflikt zwischen verschiedenen Festlegungen aus, beispielsweise der Festlegung auf eine Sprache, die wahre Weltbeschreibung ermöglicht, und dem Wunsch, jeden beliebigen Sinn, einschließlich absoluter Wertvorstellungen, in der Sprache ausdrücken zu wollen. »Jeder Beweis«, schreibt Wittgenstein, »ist gleichsam ein Bekenntnis zu einer bestimmten Zeichenverwendung« (BGM, Teil III, 41). So bewirkt etwa das Bekenntnis zu geometrischen Konstruktionsregeln, dass die Dreiteilung eines Winkels nicht mehr vorstellbar ist:

Die Idee, der Beweis schaffe einen neuen Begriff, könnte man ungefähr so ausdrücken: Der Beweis ist nicht seine Grundlagen plus den Schlussregeln, sondern ein *neues* Haus – obgleich ein Beispiel dieses und dieses Stils. Der Beweis ist ein *neues* Paradigma. (BGM, Teil III, 41)

Ein weiteres Charakteristikum des Beweises als Experiment ergibt sich schließlich aus der im Beweis offenbar werdenden Bereitschaft, die ihm zu Grunde liegenden Annahmen neu zu bewerten oder neue Begriffe zu schaffen. Der indirekte Beweis verdeutlicht dies durch seine hypothetische Struktur<sup>7</sup>, weswegen seine Prämissen oft im Modus des Konjunktivs formuliert werden: »wenn ich all dies annehme, was würde daraus folgen?« Der im hypothetischen »wenn-dann« gefasste Möglichkeitssinn ist gewissermaßen auf dem Sprung, er signalisiert eine latente Bereitschaft zu einer Handlung oder Veränderung unserer Vorstellungen. In den *Philosophischen Untersuchungen* beschreibt Wittgenstein diesen hypothetischen Charakter genau so:

Das Wenn-Gefühl ist nicht ein Gefühl, dass das Wort »wenn« begleitet.

Das Wenn-Gefühl müsste zu vergleichen sein dem besonderen ›Gefühl‹, das eine musikalische Phrase uns gibt. (So ein Gefühl beschreibt man manchmal, indem man sagt »Es ist hier, als ob ein Schluss gezogen würde«, oder »Ich möchte sagen, *also*....««, oder »Ich möchte hier immer eine Geste machen –« und nun macht man sie.) (PU, Teil II, Abschnitt 6)

### *Der Widerspruch als Angelpunkt strukturierter Erfahrung*

Die grobe Skizze kommt somit zum Schluss. Eine *reductio ad absurdum* entspricht einer strukturierten, sinnvollen Erfahrung. Durch sie vollziehen wir eine Bewegung von einem alten zu einem neuen Zustand, von der falschen Art, die Welt zu sehen, zur richtigen. Für den Autor und Leser des *Tractatus* kennzeichnet ein weitreichendes Sprachvertrauen den ursprünglichen Zustand. Dann jedoch experimentieren wir, indem wir dieses Vertrauen den für einen weltbeschreibenden Sprachgebrauch geltenden Regeln unterstellen. Das Experiment führt in einen Widerspruch – wie und wo es das tut, konnte hier nicht dargestellt werden – und dieser Widerspruch zeigt etwas, das er selbst nicht etwa aussagen kann. Sinnvoll wird die Phrase »es gibt allerdings Unaussprechliches« dadurch, dass wir noch aus der Denkbewegung des *reductio*-Arguments heraus gegen unser naives, weitreichendes Sprachvertrauen vorgehen. Diese Vorgehen, beziehungsweise diese Handlung vervollständigt erst die im Gedankenexperiment gemachte Erfahrung; sie versetzt uns in einen neuen Zustand, in dem wir die nunmehr erfahrenen Grenzen der Sprache anerkennen.

Wittgensteins Äußerungen über *reductio*-Argumente und somit auch über das *reductio*-Argument des *Tractatus* würdigen sie in der Begrifflichkeit von praktischer Festlegung, Bekenntnis, Handlung, Erfahrung, Bewegung und Veränderung. Die Frage »Was ist der indirekte Beweis?« beantwortete er so: »Eine Handlung mit Zeichen.« (WK, S. 180) Die Handlung des *reductio*-Arguments besteht darin, dass es etwas zeigt, und was gezeigt wird, ist sinnvoll nur im Zusammenhang dieser Handlung und betrifft nicht etwa einen propositionalen Inhalt mit seinen Wahrheitsbedingungen.

There is a particular mathematical method, the method of *reductio ad absurdum*, which we might call ›avoid the contradiction.‹ In this method one shows a contradiction and then shows the way from it. But this doesn't mean that a contradiction is a sort of devil. (LFM, S. 209 )

Ganz im Gegenteil. Statt irgend ein Teufel zu sein, ist der Widerspruch integraler Angelpunkt einer strukturierten Erfahrung. Das *reductio*-Argument zeigt uns den Weg vom Widerspruch zur Schlussfolgerung, und die Schlussfolgerung wiederum deckt auf, wozu wir uns bekannt haben, indem wir den Widerspruch vermeiden. Der Widerspruch ist also kreativ – er ist das Vehikel, durch das sich unsere Festlegungen eine neue Perspektive erschließen, von der her die Welt auch ohne sie richtig gesehen werden kann.

*nordmann@phil.tu-darmstadt.de*

Angaben zum Autor:

Nach Magister und Promotion in Hamburg (1981 und 1986) und nach langem Aufenthalt an der University of South Carolina, USA, lehrt Alfred Nordmann seit 2002 Wissenschaftsphi-

osophie und Wissenschaftsgeschichte an der TU Darmstadt. Sein historisches Interesse gilt der Entstehung neuer Disziplinen, etwa der Elektrizitätstheorie und Chemie im 18. Jahrhundert, der Mechanik, Evolutionsbiologie und Soziologie im 19. Jahrhundert, der Pflegewissenschaft und Nanoforschung im 20. Jahrhundert. Dabei geht es vor allem um die Herausbildung spezifischer Wissens- und Objektivitätsbegriffe. Besonders intensiv ist hierbei die Beschäftigung mit den gleichermaßen wissenschaftlichen und philosophischen Ansätzen von Georg Christoph Lichtenberg, Antoine Lavoisier, Joseph Priestley, Charles Darwin, William Bateson und Heinrich Hertz. Sein erkenntniskritisches Interesse bezieht sich auf die Traditionslinie, die von Immanuel Kant über Heinrich Hertz zu Ludwig Wittgenstein und heutigen Analysen wissenschaftlicher Modelle, Bildgebungsverfahren und Simulationen führt. Er ist Vorsitzender der Lichtenberg Gesellschaft.

Seit 2000 befasst sich Nordmann mit wissenschaftsphilosophischen und gesellschaftlichen Aspekten der Nanowissenschaften und konvergierenden Schlüsseltechnologien. Im Mittelpunkt steht dabei die Frage nach dem heutigen Wandel der Wissenschaftskultur und des Verhältnisses von Wissenschaft und Gesellschaft. Mit Davis Baird initiierte er die erste NSF-geförderte Arbeitsgruppe zu diesem Thema. Er war Berichterstatter der EU Expertengruppe *Converging Technologies – Shaping the Future of European Societies* (2004). Zu seinen neueren Veröffentlichungen gehören eine Einführung in *Wittgenstein's Tractatus* (Cambridge University Press, 2005) und "Noumenal Technology: Reflections on the Incredible Tininess of Nano" (*Techné* 8:3, 2005). Mit Davis Baird und Joachim Schummer hat er den Band *Discovering the Nanoscale* (Amsterdam: IOS Press, 2004) herausgegeben.

#### *Zitierte Literatur von Ludwig Wittgenstein*

*Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik.* In: Werkausgabe, Bd. 6, G.E.M. Anscombe, Rush Rhees, G.H. von Wright (Hrsg.), Frankfurt: Suhrkamp, 1989.

*Logisch-philosophische Abhandlung/Tractatus logico-philosophicus: Kritische Edition,* Brian McGuinness und Joachim Schulte (Hrsg.), Frankfurt: Suhrkamp, 1998

*Ludwig Wittgenstein und der Wiener Kreis.* In: Werkausgabe, Bd. 3, B.F. McGuinness (Hrsg.), Frankfurt: Suhrkamp, 1989.

*Philosophische Grammatik.* In: Werkausgabe, Bd. 4, Rush Rhees (Hrsg.), Frankfurt: Suhrkamp, 1989.

*Philosophische Untersuchungen.* In: Werkausgabe, Bd. 1, Frankfurt: Suhrkamp, 1997.

*Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics Cambridge, 1939.* Cora Diamond (Ed.), Ithaca: Cornell University Press, 1976.

#### *Literatur über Wittgenstein*

Diamond, Cora: »Ethics, Imagination and the Method of Wittgenstein's *Tractatus*«, in: Alice Crary und Rupert Read (Ed.), *The New Wittgenstein*. London: Routledge, 2000, S. 149-173.

Conant, James: »Elucidation and Nonsense in Frege and Early Wittgenstein«, in: Alice Crary und Rupert Read (Ed.), *The New Wittgenstein*. London: Routledge, 2000, S. 174-217.

Nordmann, Alfred: *Wittgenstein's Tractatus: An Introduction*. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.

1 . Siehe hierzu Nordmann 2005. Während die Rekonstruktion des Frühwerks exegetisch gut abgesichert ist, steht die Beschäftigung mit Wittgensteins Philosophie der Mathematik noch am Anfang und ist auf Anregung oder Kritik angewiesen. – Dieser Text setzt bezüglich der Philosophie der Mathematik also eher zu wenig voraus, dafür eine zumindest erste Bekanntschaft mit dem *Tractatus* und ein allgemeines Verständnis, was eine *reductio ad absurdum*, bzw. ein indirekter oder negativer Beweis ist (diese Begriffe werden hier nicht unterschieden).

2 . Insbesondere zählen hierzu seine von Waismann aufgezeichneten Gespräche aus den Jahren 1929 bis 1932 mit dem Wiener Kreis (WK), Teil II der Manuskripte von 1932/33, die als *Philosophische Grammatik* veröffentlicht wurden (PG), die Vorlesungsmitschriften von 1939 zu den *Lectures on the Foundation of Mathematics* (LFM), auch die *Bemerkungen zu den Grundlagen der Mathematik* (BPM) aus den Jahren 1937-1942 und schließlich die posthum erschienenen *Philosophischen Untersuchungen* (PU).

3 . Dies ist gemeint, wenn von Wittgensteins therapeutischem Philosophiebegriff die Rede ist. Die so benannte Strategie zeichnet bereits Kants Ansatz (siehe insbesondere die Vorrede zur ersten Auflage der *Kritik der reinen Vernunft*) aus und das Heinrich Hertz in seinen *Prinzipien der Mechanik* verfolgte Verfahren. Vergleiche hierzu das erste Kapitel von Nordmann 2005.

4 . Dass Wittgenstein nicht zwischen strengen (nur auf Theoremen und Axiomen beruhenden) und hypothetischen (unter Einbezug bloß angenommener Prämissen) *reductio*-Argumenten unterscheidet, drückt aus, dass die die Anschauung vermittelnde Sprache immer bloß vorausgesetzt ist. Darum gilt allgemein, dass ein Beweis durch Veränderung dieser Voraussetzung entkräftet werden kann (WK, S. 181) – gerade so, wie ein hypothetisches *reductio*-Argument durch Veränderung der angenommenen Prämisse entkräftet werden kann. Vielleicht lässt sich sagen: Der indirekte Beweis ist ein Experiment, das Sprachgebrauch und Anschauung ändert, der bedeutsame oder wirkungsvolle direkte Beweis ist ein Experiment, das Sprachgebrauch und Anschauung klärt.

5 . In der Gegenüberstellung von Rechnung und Experiment, von Zeichenbild und Experiment spricht Wittgenstein dem mathematischen Beweisen zu, was er der Logik abspricht, nämlich dass es zu Überraschungen, Entdeckungen, Erfahrungen gut ist. Die Logik artikuliert nur die mit der Sprache gegebene Anschauungsform, der mathematische Beweis dagegen ist kreativ, in dem er die Anschauungsform ändert. – Dies muss natürlich noch zu anderen Aussagen Wittgensteins in Beziehung gesetzt werden, denen zu Folge Logik und Mathematik zusammen zu fallen scheinen.

6 . Zum Beispiel Cora Diamond »Ethics, Imagination and the Method of Wittgenstein's *Tractatus*« und James Conant »Elucidation and Nonsense in Frege and Early Wittgenstein«.

7 . Siehe aber Anmerkung 4 bezüglich einer impliziten Bedingtheit auch direkter Beweise.